**《高等数学A》课程教学大纲**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **课程名称** | **中文** | | | 高等数学A | | | | | |
| **英文** | | | Advanced Mathematics A | | | | | |
| **课程代码** | A121025 | | | **开课学院/系** | | 数理学院/大学数学教学部 | | **制定/修订**  **时间** | 2023.08 |
| **课程类别** | 学科专业基础课程 | | | **学分** | | 10 | | **学时** | 160 |
| **适用专业** | 材料成型及控制工程，车辆工程，电气工程及其自动化，电子信息工程，功能材料，过程装备与控制工程，化学工程与工艺，环境工程，环境科学，机器人工程，机械电子工程，机械设计制造及其自动化，计算机科学与技术，交通运输，金属材料工程，汽车服务工程，软件工程，数据科学与大数据技术，数字媒体技术，通信工程，网络工程，物联网工程，信息管理与信息系统，应用化学，资源循环科学与工程，自动化 | | | | | | | | |
| **先修课程** | 初等数学 | | | | | | | | |
| **选用教材** | 孟凤娟等编. 高等数学（第一版）.  上海：上海交通大学出版社，2023. | | | | | | | | |
| **课时分配** | **理论学时** | 160 | | | **实验（其他）学时** | | 0 | **学时合计** | 160 |
| **撰写人** |  | | **审定人** | | | FullSizeRender(1) | | **批准人** | IMG_2768(20170420-084804) |

**一、课程简介**

《高等数学A》是高等学校工科各专业学生的一门必修的学科专业基础课程，它是为培养我国社会主义现代化建设所需要的应用型高质量人才服务的。高等数学具有高度的抽象性、严密的逻辑性、广泛的应用性。

本课程主要内容是函数与极限、一元函数微积分学及其应用、无穷级数、向量代数和空间解析几何、多元函数微积分学及其应用、微分方程。通过本课程的学习，使学生系统地获得高等数学的基础理论和常用的计算方法，配合学科专业培养目标要求，训练学生运用数学的思维方法分析问题、解决问题的能力，并为学习后继的大学数学课程、专业课程和进一步获取数学及专业知识奠定必要的数学基础。

**二、课程目标**

该课程的教学目标如下：

课程目标1（知识目标）：通过本课程的学习，使学生理解一元函数微积分学、多元函数微积分学、无穷级数、常微分方程等方面的基本概念，掌握基本理论和基本运算技能，为学习后继课程和进一步获取数学知识奠定必要的数学基础；

课程目标2（能力目标）：学生具有科学的抽象思维能力、严谨的逻辑推理能力、丰富的空间想象能力；具有熟练的计算能力、自主学习与终身学习的能力； 针对工程问题，学生能应用所学的数学知识进行抽象分析与识别，能够挖掘其中的数学关联，建立数学模型，利用数学方法分析问题，运用数学知识解决问题，体现数学在工程实际中的应用；

课程目标3（思政目标）：在高等数学课程中融入思政元素，通过介绍数学文化、数学家故事、数学蕴含的哲学思想与特色案例的应用等方式，能够使学生树立正确的人生观，努力为人类做贡献的信念，科学家们的坚持不懈勇于探索等形象，培养学生克服困难和抗拒挫折的意志。

**三、课程教学内容**

内容1：函数、极限与连续

1．基本内容：映射与函数；数列的极限和函数的极限；无穷小与无穷大；极限运算法则；极限存在准则；两个重要极限；无穷小的比较；函数的连续性与间断点；连续函数的运算；初等函数的连续性；闭区间上连续函数的性质。

2. 重点：极限的四则运算法则、两个重要极限求极限、无穷小的阶的概念、等价无穷小求极限、函数在一点连续的概念、间断点的类型、零点定理。

3. 难点：数列与函数极限的*ε−N、ε−δ、 ε−X*定义，函数连续的概念，无穷小的阶的比较，函数极限的求法。

4．知识目标：在中学已有函数知识的基础上，加深对函数概念的理解和函数性质的了解。理解复合函数的概念，了解反函数的概念。理解极限的概念，了解极限的*ε−N, ε−δ* 定义。了解极限的性质（唯一性、有界性、保号性）。理解无穷小、无穷大的概念，掌握极限的四则运算法则。了解夹逼准则、单调有界准则及两个重要极限。理解高阶无穷小和等价无穷小的概念，理解函数在一点连续和在一区间上连续的概念，了解函数间断点的概念。了解初等函数的连续性，了解闭区间上连续函数的介值定理与最大值、最小值定理，掌握零点定理。

5. 能力目标：使学生会建立实际问题中的函数关系；会用四则运算求一些极限；会用两个重要极限公式；会用等价无穷小求极限；会判别连续性；会判别间断点的类型，会应用零点定理。

6. 课程思政：介绍函数概念的形成与发展、极限思想，揭示辩证唯物主义辩证法的对立统一规律在数学领域中的应用，介绍极限思想在我国春秋战国时期的萌芽，使学生初步了解我国数学文明中与极限有关的历史，激发学生的民族自豪感和爱国主义情感。介绍“数学之神”阿基米德及他在数学上的光辉成就，激发学生学习数学的兴趣。

内容2: 一元函数微分学及其应用

1．基本内容：微分中值定理、洛必达法则、函数的单调性、曲线的凹凸性、函数的极值、最大值最小值、函数图形的描绘。

2. 重点：导数的概念、导数的四则运算法则、复合函数求导法则、高阶导数、隐函数及由参数方程所确定的函数的一阶导数、函数的微分、洛必达法则求不定式的极限、导数判断函数的单调性、导数判断函数图形的凹凸性、用导数求极值、求曲线的水平和铅直渐近线。

3. 难点：导数的概念、复合函数的求导、洛必达法则求其它拓展不定式的极限。

4．知识目标：理解导数的概念及其几何意义（不要求学生做利用导数的定义研究抽象函数可导性的习题），了解函数的可导性与连续性之间的关系。了解导数作为函数变化率的实际意义，掌握导数的有理运算法则和复合函数的求导法，掌握基本初等函数的导数公式。了解高阶导数的概念，掌握初等函数一阶、二阶导数的求法（不要求学生求函数的n阶导数的一般表达式）。理解微分的概念，了解微分概念中所包含的局部线性化思想，了解微分的有理运算法则和一阶微分形式不变性，理解罗尔（Rolle）定理和拉格朗日（Lagrange）中值定理，了解柯西（Cauchy）中值定理。掌握用导数判断函数的单调性和求极值的方法。掌握用导数判断函数图形的凹凸性、求拐点的方法。理解函数极值的概念，掌握用导数求极值的方法。

5. 能力目标：使学生会用导数表达科学技术中一些量的变化率；会求初等函数的一阶、二阶导数；会求隐函数及由参数方程确定函数的一阶、二阶导数；会用洛必达法则求不定式的极限；会用导数判断函数的单调性与极值，会求最值应用问题；会用导数判断曲线的凹凸性，会求拐点。

6. 课程思政：挖掘导数概念中蕴含的思政元素，介绍导数概念体现矛盾对立统一的辩证观点，局部与整体的关系，使学生了解数学和哲学的联系。讲述引发第二次数学危机的原因和解决的过程，介绍数学家牛顿、莱布尼茨、费马、罗尔、柯西及他们的主要成就，培养学生勇于克服困难、不断进取的精神。

内容3：一元函数积分学及其应用

1．基本内容：不定积分的概念与性质、换元积分法、分部积分法、定积分的概念与性质、微积分基本公式、定积分的换元法、分部积分法、反常积分、定积分的元素法、定积分在几何学上的应用、定积分在物理学上的应用。

2. 重点：原函数与不定积分的概念、不定积分的基本公式、不定积分的换元法、分部积分法、牛顿－莱布尼茨公式、定积分的换元法与分部积分法、两类反常积分及其收敛性。

3. 难点：变上限函数的导数、定积分的计算及应用、两类反常积分及其收敛性。

4. 知识目标：理解原函数与不定积分的概念，掌握不定积分的基本公式。掌握求不定积分的换元法、分部积分法。理解定积分的概念和几何意义，了解定积分的性质和积分中值定理。掌握变上限积分函数的求导计算，掌握牛顿－莱布尼茨公式。掌握求定积分的换元法与分部积分法。了解两类反常积分及其收敛性的概念，掌握科学技术问题中建立定积分表达式的元素法，掌握利用定积分计算面积和旋转体体积。

5. 能力目标：使学生会计算函数不定积分与定积分；会计算平面图形面积与旋转体体积；会计算一些函数的反常积分及判断敛散性。

6. 课程思政：通过讲述牛顿—莱布尼兹公式发现的历程，让学生在数学家的奋斗故事中汲取营养，培养他们永攀知识高峰、不屈不挠、乐于为科学奉献的精神品质。

内容4：无穷级数

1．基本内容：常数项级数的概念和性质、常数项级数的审敛法、幂级数、

函数展开成幂级数、傅里叶级数。

2. 重点：判别正项级数及任意项级数的敛散性、求幂级数的收敛半径和收敛区间、函数展开成幂级数。

3. 难点：任意项级数的审敛法、幂级数的收敛域及和函数。

4．基本要求：理解无穷级数收敛、发散以及和的概念,了解无穷级数的基本性质及收敛的必要条件，知道几何级数的敛散性。了解正项级数的基本概念以及*P*-级数的敛散性，掌握正项级数的比较审敛法、比值审敛法，根值审敛法，掌握交错级数的莱布尼茨定理，了解绝对收敛与条件收敛的概念及二者的关系。了解函数项级数的收敛域与和函数的概念，掌握简单幂级数收敛半径及收敛域的求法。了解幂级数在其收敛区间内的一些基本性质，知道函数展开为泰勒级数的充要条件，掌握利用e*x*，sin*x*，1/(1-*x*)的麦克劳林展开式及有关性质将初等函数展开为幂级数的方法。了解用三角函数逼近周期函数的思想，了解函数展开为傅里叶（Fourier）级数的狄利克雷（Dirichlet）条件会将定义在[-π，π]和[-*l*,*l*]上的函数展成傅里叶级数，会将定义在[0,π]和[0*,l* ]上的函数展成正弦或余弦级数。

5. 能力目标：使学生会进行无穷级数收敛性的判定；会判断绝对收敛与条件收敛；会求幂级数的收敛半径、收敛区间和收敛域；会利用间接展开法将一些简单的函数展开成幂级数。

6. 课程思政：挖掘级数的思政要素，介绍数学悖论及无穷级数理论的完善、成熟和发展历程，介绍数学英雄欧拉，感受欧拉的坚韧不拔的科学精神以及他为数学和科学作出的巨大贡献。引导大学生向老一辈的数学家们学习，学习他们的高尚的品德，学习他们为科学无私奉献的精神。

内容5：向量代数与空间解析几何

1．基本内容：向量及其线性运算、数量积、向量积、平面及方程、空间直线及方程、曲面及方程、空间曲线及方程。

2. 重点：向量的加减、数乘向量、向量的数量积及向量积的坐标运算、平面、直线的方程及其求法、以坐标轴为旋转轴的旋转曲面及母线平行于坐标轴的柱面方程、空间曲线在坐标平面上的投影柱面和投影曲线的方程。

3. 难点：平面、直线的方程及其求法、空间曲线在坐标平面上的投影柱面和投影曲线方程。

4．知识目标：了解空间直角坐标系，理解向量的概念及其表示。掌握向量的线性运算，掌握单位向量、方向余弦、向量的坐标表达式以及用坐标表达式进行向量运算的方法。掌握向量的数量积和向量积，了解两个向量垂直、平行的条件。掌握平面、直线的方程及其求法。了解二次曲面方程的概念。掌握求以坐标轴为旋转轴的旋转曲面方程，掌握常用二次曲面的方程及其图形（圆锥面，平行于坐标轴的柱面，旋转抛物面，椭球面）。了解空间曲线方程的概念，了解空间曲线的参数方程和一般方程。

5. 能力目标：使学生会进行向量运算；会求直线方程和平面方程；会利用直线和平面的相互关系解决有关问题；会求柱面方程、投影曲线方程和旋转曲面方程。

6. 课程思政：介绍数学家笛卡尔，挖掘空间解析几何的思政要素，介绍数形结合的思想方法及数学美在生活中的体现及相关数学应用，体会数学的巨大魅力，激发学生学习数学的热情。

内容6：多元函数微分学及其应用

1．基本内容：多元函数的基本概念、偏导数与全微分、复合函数的求导法则、隐函数的求导公式、多元函数的几何应用、方向导数与梯度多元函数的极值及其求法。

2. 重点：二元函数偏导数与全微分的概念、一阶偏导数、全微分的求法、高阶偏导数的求法、复合函数的高阶偏导数、由方程（组）确定的隐函数的一阶、二阶偏导数、曲线的切线和法平面以及曲面的切平面与法线、方向导数与梯度、二元函数的极值、条件极值的拉格朗日乘数法。

3. 难点：多元复合函数的一阶偏导数和高阶偏导数，方向导数和梯度的概念，闭区域上多元函数的极值求法。

4．知识目标：理解二元函数的概念，了解多元函数的概念。了解二元函数的极限与连续性的概念，了解有界闭区域上连续函数的性质。理解二元函数偏导数与全微分的概念，知道全微分存在的必要条件与充分条件。掌握函数一阶偏导数的求法，了解曲线的切线和法平面以及曲面的切平面与法线。了解方向导数与梯度的概念，掌握方向导数与梯度计算方法。理解二元函数极值与条件极值的概念，了解求条件极值的拉格朗日乘数法。

5. 能力目标：使学生会求函数的各阶偏导数；会求复合函数的一阶、二阶偏导数；会求全微分；会求隐函数的一阶偏导数；会求曲线的切线和法平面方程及曲面的切平面和法线方程；会求方向导数与梯度；会求二元函数的极值；会求一些的最值问题。

6. 课程思政：挖掘多元函数微分学的思政要素，介绍法国数学家拉格朗日及其对数学的贡献，向学生介绍数学中的类比思想，说明类比法在学习数学中的重要性，培养学生利用类比法进行学习和研究的能力。

内容7：多元函数积分学及其应用

1．基本内容：二重积分的概念与性质、二重积分的计算法、三重积分、重积分的应用、对弧长的曲线积分、对坐标的曲线积分、格林公式及其应用、对面积的曲面积分、对坐标的曲面积分、高斯公式、斯托克斯公式。

2. 重点：二重积分的计算方法（直角坐标、极坐标）、交换积分的次序、三重积分（直角坐标、柱面坐标）的计算方法、两类曲线积分、格林公式、两类曲面积分之间的关系、高斯（Gauss）公式。

3. 难点：交换积分次序、利用柱面坐标、球面坐标计算三重积分、两类曲面积分的概念及计算方法、格林公式、高斯公式、斯托克斯公式。

4．知识目标：理解二重积分的概念，了解二重积分的性质，掌握二重积分的几何意义。掌握二重积分的计算方法(直角坐标及极坐标)。了解三重积分的概念，重积分的应用重点掌握求曲面的面积及物体的质心。了解对弧长的曲线积分、对坐标的曲线积分的概念及性质,掌握格林（Green）公式，了解平面线积分与路径无关的条件，了解对面积的曲面积分、对坐标的曲线积分的概念及性质,了解两类曲面积分的关系，掌握高斯（Gauss）公式，了解斯托克斯（Stokes）公式。

5. 能力目标：使学生会进行二重积分、三重积分的计算；会交换积分次序；会用重积分计算曲面面积和立体体积；会进行曲线积分的计算；会应用格林公式计算曲线积分；会利用平面曲线积分与路径无关的条件；会进行曲面积分的计算；会应用高斯公式计算曲面积分。

6. 课程思政：介绍数学家刘徽和高斯，介绍类比、转化的数学思想及建立数学模型的数学思想，帮助学生形成逻辑严密的哲学思辨素养和数学思维。

内容8：微分方程

1．基本内容：常微分方程的基本概念、可分离变量的微分方程、齐次方程、一阶线性微分方程、可降阶的高阶微分方程、高阶线性微分方程、常系数齐次线性微分方程、常系数非齐次线性微分方程。

2. 重点：一阶常微分方程及二阶常系数线性常微分方程的求解。

3. 难点：建立常微分方程求解实际问题，根据解分析结果。

4. 知识目标：了解常微分方程、解、通解、初始条件和特解等概念。掌握变量可分离的方程、齐次方程的解法，熟练掌握一阶线性微分方程的解法。掌握用降阶法求下列三种类型的高阶方程： *y*(*n*)=*f*(*x*), *y*′′=*f*(*x*, *y*′), *y*′′=*f*(*y*, *y*′)。理解二阶线性常微分方程解的结构，掌握二阶常系数齐次线性常微分方程的解法，会求自由项形如以下两种形式*p*n(*x*)e*αx*(*p*n(*x*)为多项式), *eαx*(*A*cos*βx*+*B*sin*βx*)的二阶常系数非齐次线性常微分方程的特解。

5. 能力目标：使学生会求解可分离变量常微分方程、一阶线性常微分方程、齐次方程、领会用变量代换求解常微分方程的思想方法；会求解二阶常系数齐次、自由项形如以下两种形式*p*n(*x*)e*αx*(*p*n(*x*)为多项式), *eαx*(*A*cos*βx*+*B*sin*βx*)的二阶常系数非齐次线性方程；会通过建立微分方程模型，解决一些简单的实际问题。

6. 课程思政：通过介绍[瑞士](https://baike.baidu.com/item/%E7%91%9E%E5%A3%AB/131482)著名的数学家家族——[伯努利家族](https://baike.baidu.com/item/%E4%BC%AF%E5%8A%AA%E5%88%A9%E5%AE%B6%E6%97%8F/4376592)的故事，数学家约翰🞄伯努利对数学的贡献，激励学生学习科学家永攀科学高峰的精神，激发学生在学习中积极上进，锐意进取。

**四、教学内容、教学方式与课程目标的支撑关系**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **课程目标** | **教学内容** | **教学方式** | | |
| **线下教学** | **混合教学** | **线上教学** |
| 课程目标1 | 内容1：函数、极限与连续  内容2：一元函数微分学  内容3：一元函数积分学  内容4：无穷级数  内容5：向量代数与空间解析几何  内容6：多元函数微分学  内容7：多元函数积分学 |  | √ |  |
| 课程目标2 | 内容2：一元函数微分学  内容3：一元函数积分学  内容6：多元函数微分学  内容7：多元函数积分学 |  | √ |  |
| 课程目标3 | 内容2：一元函数微分学的应用  内容3：一元函数积分学的应用  内容6：多元函数微分学的应用  内容7：多元函数积分学的应用  内容8：微分方程 |  | √ |  |

**五、课程教学方法与学时分配**

（一）教学方法

教学以主讲教师课堂讲授为主，学生结合课程网络资源课下预习、复习及拓展学习为辅，学生线上的学习时间不占用教学学时。课堂教学方式采用混合式教学，结合研讨性问题开展研究型教学。课后布置作业及练习，答疑辅导采用课堂集中答疑以及课下在QQ学习交流群个别答疑。利用学校的泛雅学习平台课程网站和课程学习QQ群开展师生之间、生生之间互动、交流以及课程延伸性研究探讨学习等活动。

1. 学时分配

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **教学内容** | **课堂讲授** | **线上**  **学习** | **实验** | **上机** | **...** | **合计** |
| 内容1:函数、极限与连续 | 18 |  | 0 | 0 |  | 18 |
| 内容2：一元函数微分学及其应用 | 26 |  | 0 | 0 |  | 26 |
| 内容3：一元函数积分学及其应用 | 24 |  | 0 | 0 |  | 24 |
| 内容4：无穷级数 | 12 |  | 0 | 0 |  | 12 |
| 内容5：向量代数与空间解析几何 | 16 |  | 0 | 0 |  | 16 |
| 内容6：多元函数微分学及其应用 | 22 |  | 0 | 0 |  | 22 |
| 内容7：多元函数微分学及其应用 | 30 |  | 0 | 0 |  | 30 |
| 内容8：微分方程 | 12 |  | 0 | 0 |  | 12 |
| 合计 | 160 |  | 0 | 0 |  | 160 |

**六、课程考核方式**

1. 考核方式：期末考试为闭卷笔试考试。

2. 本课程采用平时成绩（平时作业、课堂表现等）、期末考试成绩相结合的形式对学生课程成绩进行综合评定的方式。

3. 课程期末总评成绩中，平时成绩占30%、期末考试卷面成绩占70%。

4. 考题内容包括基本概念、基本计算、应用及理论证明；考题类型为选择题、填空题、解答题、应用题与证明题。

**七、课程参考书目及资源**

**1．参考教材**

* 《高等数学》（第一版）[M].孟凤娟等主编. 上海交通大学出版社，2023.
* 《高等数学》（第八版）[M].同济大学数学系主编. 高等教育出版社，2023.
  + 《高等数学习题全解》[M].同济大学数学系编.高等教育出版社，2023.
* 谢厚桂.《高等数学》（第三版）[M].上海交通大学出版社，2013.

**2．网络资源**

* + 国家精品资源共享课

高等数学（一）\_同济大学\_中国大学MOOC(慕课)

<http://www.icourse163.org/course/TONGJI-53004>

高等数学（二）\_同济大学\_中国大学MOOC(慕课)

<http://www.icourse163.org/course/TONGJI-217012>

高等数学（三）\_同济大学\_中国大学MOOC(慕课)

<https://www.icourse163.org/course/TONGJI-284001>

高等数学（四）\_同济大学\_中国大学MOOC(慕课)

https://www.icourse163.org/course/TONGJI-1001569002

* + 国家精品资源共享课

高等数学（一）\_西安交通大学\_中国大学MOOC(慕课)

<http://www.icourse163.org/course/XJTU-1001744016#/info>

* 江苏理工学院泛雅数字化学习平台平台“高等数学”课程网站

http://mooc1.jsut.edu.cn/course/86440755.html